

Научная статья / Original article

УДК 597.555.51(365.52)/639.2.053.7

doi:10.15853/2072-8212.2024.75.53-66

EDN: JNBING



ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИКАЦИИ СЕПАРАБЕЛЬНОЙ КОГОРТНОЙ МОДЕЛИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ К ОЦЕНКЕ ЗАПАСОВ ТИХООКЕАНСКОЙ ТРЕСКИ *GADUS MACROCEPHALUS* (GADIDAE) В ПЕТРОПАВЛОВСКО-КОМАНДОРСКОЙ ПОДЗОНЕ

Терентьев Дмитрий Анатольевич, Ильин Олег Игоревич

Камчатский филиал Всероссийского научно-исследовательского института рыбного хозяйства и океанографии (КамчатНИРО), Петропавловск-Камчатский, Россия, d.terentev@kamniro.vniro.ru, o.ilin@kamniro.vniro.ru

Аннотация. Представлены результаты применения когортной модели в пространстве состояний со сглаживающим сигма-точечным фильтром Калмана для оценки запасов и популяционных параметров тихоокеанской трески в Петропавловско-Командорской подзоне. Проведен ряд численных экспериментов с различными вариантами модели для пополнения. Результаты выполненной работы могут быть использованы при подготовке прогнозов ОДУ морских промысловых рыб при условии, что данные наблюдений позволяют использовать структурированных по возрасту моделей в пространстве состояний.

Ключевые слова: *Gadus macrocephalus*, Gadidae, Петропавловско-Командорская подзона, оценка запасов, когортная модель, фильтр Калмана

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Для цитирования: Терентьев Д.А., Ильин О.И. Применение модификации сепарабельной когортной модели в пространстве состояний к оценке запасов тихоокеанской трески *Gadus macrocephalus* (Gadidae) в Петропавловско-Командорской подзоне // Исследования водных биологических ресурсов Камчатки и северо-западной части Тихого океана. 2024. Вып. 75. С. 53–66. EDN: JNBING. doi:10.15853/2072-8212.2024.75.53-66

USING THE STATE-SPACE SEPARABLE COHORT MODEL MODIFICATION FOR ASSESSMENT OF PACIFIC COD *GADUS MACROCEPHALUS* (GADIDAE) STOCKS IN THE PETROPAVLOVSK-KOMANDORSKAYA SUBZONE

Dmitry A. Terentyev, Oleg I. Ilin

Kamchatka Branch of Russian Federal Research Institute of Fishery and Oceanography (KamchatNIRO), Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia, d.terentev@kamniro.vniro.ru, o.ilin@kamniro.vniro.ru

Abstract. Results of using a state-space cohort model with smoothing unscented Kalman filter for assessment of Pacific cod stock abundance and the other population parameters in the Petropavlovsk-Komandorskaya Subzone are presented. Series of numerical experiments were carried out with various variants of the recruitment model. The results of the work performed can be used in preparing forecasts of the TAC of marine commercial fish in terms that the observational data allow the use of age-structured models in the state space.

Keywords: *Gadus macrocephalus*, Gadidae, Petropavlovsk-Komandorskaya subzone, inventory estimation, cohort model, Kalman filter

Funding. The study was not sponsored.

For citation: Terentyev D.A., Ilin O. I. Using the state-space separable cohort model modification for assessment of Pacific cod *Gadus macrocephalus* (Gadidae) stocks in the Petropavlovsk-Komandorskaya subzone // The researchers of the aquatic biological resources of Kamchatka and the north-west part of the Pacific Ocean. 2024. Vol. 75. P. 53–66. (In Russ.) EDN: JNBING. doi:10.15853/2072-8212.2024.75.53-66

Тихоокеанская треска *Gadus macrocephalus* (Gadidae) является придонно-пелагическим боральным видом. Она традиционно добывается в водах Камчатки и в северо-западной части Берингова моря в режимах прибрежного и промышленного рыболовства и является важным объектом экспорта. Мороженая треска занима-

ет пятое место по объемам в общей экспортной продукции (Топ-6 видов., 2023). Эти объемы превышают 50,0% от общего вылова трески в Дальневосточном бассейне и в 2023 году были отправлены в пять стран: Китай, Корею, Нидерланды, Белоруссию и Японию (Ситуация на российском рынке рыбы., 2024).

Наибольшие объемы вылова тихоокеанской трески традиционно приходятся на три рыбопромысловых района: Западно-Беринговоморскую зону, Карагинскую и Петропавловско-Командорскую подзоны. В 2023 г. доля вылова трески в этих районах составляла 38,2, 16,2 и 11,8% от общего вылова в Дальневосточном бассейне.

Состояние запасов тихоокеанской трески во многом определяется особенностями ее биологии. Одним из важных факторов является формирование численности поколений, которое наряду с относительно коротким жизненным циклом может резко изменять величину промыслового запаса. Значительную роль в росте численности популяции оказывают урожайные поколения (Антонов, 2014).

Несмотря на то, что состояние запасов трески в Петропавловско-Командорской подзоне в 2020–2023 гг. оставалось достаточно стабильным (о чем косвенно свидетельствует ее вылов в этот период, который варьировал от 12,1 (2022 г.) до 14,2 тыс. т (2023 г.)), общий вылов трески в Дальневосточном бассейне в это время последовательно снижался с 170,2 (2020 г.) до 108,9 тыс. т в 2023 г. Это может говорить о негативных изменениях в состоянии запасов трески в смежных с Петропавловско-Командорской подзоной рыбопромысловых районах.

Поскольку последние работы, в которых затрагивается вопрос изменения запасов трески в Петропавловско-Командорской подзоне, публиковались достаточно давно (Терентьев и др., 2010; Антонов, 2014), настоящая работа посвящена оценке ее состояния именно в этом районе.

Когортные модели, которые учитывают как ошибки наблюдения в данных, используемых для оценки параметров модели, так и ошибки процесса в уравнениях динамики запаса, обычно называют моделями в пространстве состояний, поскольку они сочетают в себе стохастические предположения как о наблюдаемых величинах, так и о ненаблюдаемых состояниях исследуемого запаса. Подход к моделированию динамики запаса в пространстве состояний на основе данных об уловах по возрастам ввел Дж. Гудмундссон (Gudmundsson, 1994). Дальнейшее развитие этот подход получил в последующих работах (Ильин и др., 2016; Ильин, 2022; Gudmundsson, Gunnlaugsson, 2012; Berg et al., 2014; Nielsen, Berg, 2014; Cadigan, 2015; Berg, Nielsen, 2016; Nielsen et al., 2021).

Для моделей в пространстве состояний эффективным рекурсивным алгоритмом оцени-

вания ненаблюдаемого состояния системы в реальном времени являются фильтры Калмана. Они позволяют найти несмещенную оценку вектора состояния системы, являющуюся функцией измерений и минимизирующую дисперсию ошибки оценивания. В настоящей работе используется один из современных методов нелинейной калмановской фильтрации — сигма-точечный фильтр Калмана (Julier et al., 1995). На каждом этапе его алгоритма вокруг оценки вектора состояния выбирается набор сигма-точек, используемых затем для аппроксимации первых двух моментов распределения случайного вектора состояния системы. Для систем с достаточно гладкими функциями сигма-точечный фильтр Калмана обеспечивает второй порядок аппроксимации математического ожидания неизвестного вектора состояния.

Ранее в проведенном численном эксперименте (на искусственно сгенерированных данных) было показано (Ильин, 2022), что эффективность когортной модели в пространстве состояний со сглаживающим расширенным или сигма-точечным фильтром Калмана (Särkkä, Hartikainen, 2010) может быть выше, чем у модели «Синтез» (Ильин и др., 2014), по критерию накопленной среднеквадратической ошибки (ARMSE). В связи с этим представляет интерес применение когортной модели в пространстве состояний со сглаживающим фильтром Калмана для оценки запасов трески на примере Петропавловско-Командорской подзоны.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

Петропавловско-Командорская рыбопромысловая подзона расположена у восточного побережья Камчатки, между мысами Африка и Лопатка, и включает в себя Камчатский, Кроноцкий и Авачинский заливы (рис. 1). Согласно «Положению по функционированию...» (1996), ей присвоен цифровой код 265 (Терентьев и др., 2019).

Основой для оценки текущего и перспективного состояния запаса, определения величины ОДУ трески в подзоне 61.02.2 традиционно являются:

- многолетние материалы, собранные сотрудниками ФГБНУ «ВНИРО» в Петропавловско-Командорской подзоне на рыбообрабатывающих предприятиях, донном ярусном, траловых и снюрреводном промыслах (массовые промеры и биоанализы);
- результаты донных траловых съемок;

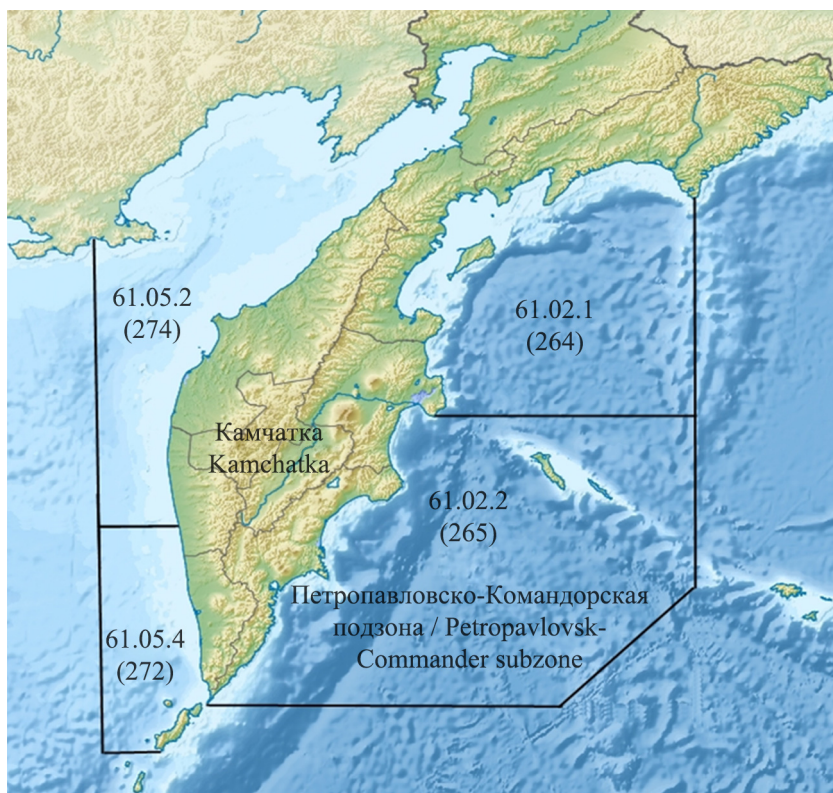


Рис. 1. Схема расположения рыбопромысловых районов в прикамчатских водах
Fig. 1. Schematic distribution of the fishery districts in the waters off Kamchatka

– данные оперативной отчетности предприятий (ООП) и судовых суточных донесений (ССД) из отраслевой системы мониторинга водных биологических ресурсов, наблюдения и контроля за деятельностью промысловых судов (ОСМ).

Ежегодно обновляется и используется для моделирования динамики возрастной структуры трески Петропавловско-Командорской подзоны следующая информация:

– данные о вылове $C_{t,a}$ (млн экз.) по возрастам (2–12 лет) и годам (1990–2022 гг.);

– средняя масса рыб $m_{t,a}$ по возрастным группам и годам промысла (среднепогодная масса представлена на рис. 2А);

– среднепогодная доля половозрелых рыб $\rho_{t,a}$ по возрастным группам, рассчитанная по результатам массовых промеров со вскрытием, выполненных в осенне-зимний период (рис. 2Б);

– уловы на единицу промыслового усилия (т/судо-сутки) в 2003–2022 гг. (как индекс промыслового запаса I_t^1), стандартизованные по обобщенной линейной модели (GLM) относительно судов типа СЯМ, ведущих промысел донным ярусом в декабре (рис. 3). В качестве предикторов выбраны факторы года, месяца, типа промыслового судна и типа орудия лова. Стандартизация по GLM осуществлялась средствами статистического пакета R.

Исходя из имеющихся наблюдений, рассматриваемая в настоящей работе сепарабельная когортная модель для трески имеет вид:

$$\ln N_{t,1} = \ln N_{t-1,1} + \varepsilon_{t-1}^R, \quad t = 1, \dots, n_y; \quad (1)$$

$$\ln N_{t,a} = \ln N_{t-1,a-1} - Z_{t-1,a-1} + \varepsilon_{t-1,a-1}^N, \quad (2)$$

$$t = 1, \dots, n_y; a = 2, \dots, n_a;$$

$$Z_{t,a} = F_{t,a} + M_{t,a};$$

$$F_{t,a} = F_t \times s_{t,a}, \quad t = 0, \dots, n_y; a = 1, \dots, n_a;$$

где $N_{t,a}$ – численность рыб, $Z_{t,a}$, $F_{t,a}$ и $M_{t,a}$ – мгновенные коэффициенты общей, промысловой и естественной смертности в возрасте a в год t , ε_t^R , ε_t^N – нормально распределенные некоррелированные во времени (белые) шумы. Понятно, что одношаговый прогноз пополнения, равный оценке пополнения в предыдущий год, нельзя назвать наилучшим. Однако для оценки пополнения в ретроспективе можно формально использовать модель (1) с большим шумом процесса ε_{t-1}^R .

Коэффициенты интенсивности промысла F_t изменяются в соответствии с моделью гауссовского случайного блуждания:

$$\ln F_t = \ln F_{t-1} + \varepsilon_{t-1}^F, \quad t = 1, \dots, n_y; \quad (3)$$

где ε_t^F – белый шум. Это предположение представляется достаточно разумным, учитывая, что, с одной стороны, число судов на промысле изменяется из года в год не быстрыми темпами, а с другой стороны, различие в величинах годового вылова трески в смежные годы также невелико.

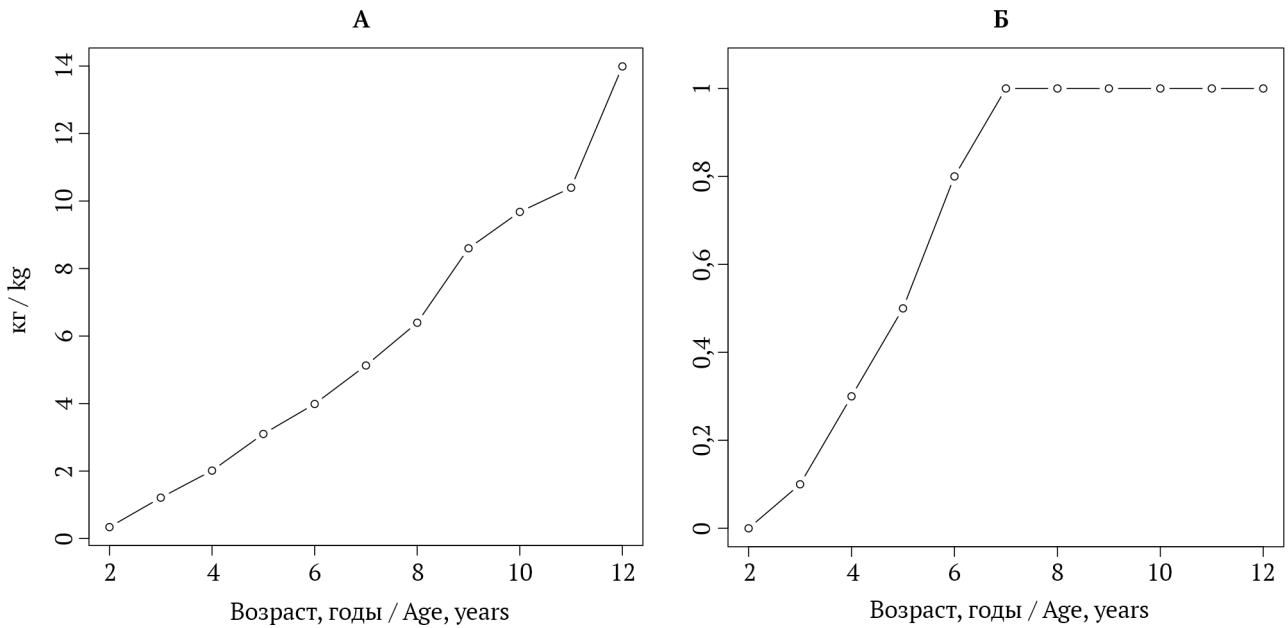


Рис. 2. Среднегодовая масса (А) и доля зрелых рыб (Б) трески Петропавловско-Командорской подзоны
Fig. 2. Average annual mass (A) and proportion of mature Pacific cod individuals (B) in the Petropavlovsk-Komandorskaya subzone

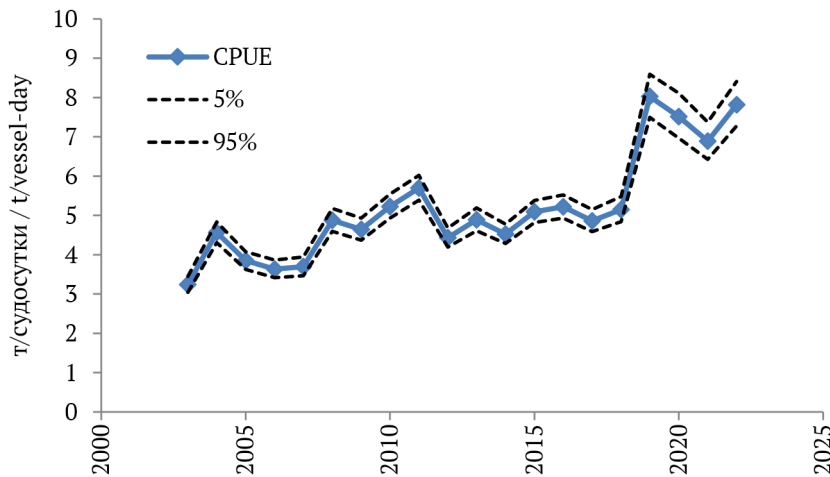


Рис. 3. Стандартизованные уловы на единицу промыслового усилия
Fig. 3. Standardized catches per unit of fishing effort

Предварительные расчеты и предыдущие оценки запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны показали, что наиболее предпочтительный вид моделируемой функции селективности — логистический:

$$S_{t,a} = \frac{1}{1 + \exp(-r_{1t}(a - r_{2t}))}. \quad (S1)$$

Здесь a — возраст рыб, а для параметров r_{kt} , $k = 1, 2$ используется модель гауссовского случайного блуждания:

$$\ln r_{kt} = \ln r_{kt-1} + \varepsilon_{rk,t-1}, \quad t = 1, \dots, n_y; \quad (4)$$

где $\varepsilon_{rk,t}$ — нормально распределенные некоррелированные во времени белые шумы. Выбор в пользу (4) был сделан ввиду того, что процентное соотношение судов с различными орудиями лова на промысле (ярус и снюрревод) изменяется из года в год незначительно, и его мож-

но считать равным прошлогоднему в первом приближении.

Уравнения наблюдения для уловов по возрастным группам $C_{t,a}$ и индексов запаса I_t^k , $k = 1, \dots, N_I$ записываются в виде:

$$\ln C_{t,a} = \ln N_{t,a} + \ln F_{t,a} - \ln Z_{t,a} + \ln(1 - \exp(-Z_{t,a})) + \varepsilon_{t,a}^C, \quad (5)$$

$$t = 1, \dots, n_y; a = 1, \dots, n_a;$$

$$\ln I_t^k = \ln \left[q_k \sum_a (w_{t,a}^k N_{t,a} \exp(-\Delta_k Z_{t,a})) \right] + \varepsilon_t^{I^k}; \quad (6)$$

где q_k — коэффициенты улавливаемости, а $w_{t,a}^k$ — коэффициенты, характеризующие k -й индекс запаса I_t^k . Так, $w_{t,a}^k = m_{t,a}$, $m_{t,a} \rho_{t,a}$ или $m_{t,a} s_{t,a}$, если I_t^k — индекс биомассы общего, нерестового или промыслового запаса соответственно,

Δ_k — доля года от его начала до времени проведения наблюдения I_t^k . Здесь $m_{t,a}$ обозначает массу рыб, а $\rho_{t,a}$ — долю зрелых рыб в возрасте a в год t . Предполагается, что $\varepsilon_{t,a}^c$, $\varepsilon_{t,a}^F$ — нормально распределенные некоррелированные во времени шумы. Кроме этого, предполагается, что шумы процессов и наблюдений не коррелированы между собой.

Применение сглаживающего сигма-точечного фильтра Калмана для оценки состояния запаса в представленной сепарабельной когортной модели в пространстве состояний (1)–(6) было подробно изложено нами ранее (Ильин, 2022).

При моделировании запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны нами предполагалось, что:

- мгновенные коэффициенты естественной смертности (МКЕС) постоянны и являются оцениваемым параметром модели, $M_{t,a} = \text{const}$;
- шум процесса для пополнения $\varepsilon_t^R \sim N(0, \sigma_R^2)$;
- шум процесса для коэффициента промысловой смертности $\varepsilon_t^F \sim N(0, \sigma_F^2)$;
- шумы процесса для параметров логистической функции селективности:

$$\varepsilon_{r1,t} \sim N(0, \sigma_{r1}^2), \quad \varepsilon_{r2,t} \sim N(0, \sigma_{r2}^2);$$

- шум процесса для уравнения динамики численности когорт $\varepsilon_{t,a}^N \sim N(0, \sigma_N^2)$, $\sigma_N = 0.1$;
- шум наблюдений для индекса промысловой биомассы I_t^1 (улов на единицу промыслового усилия) $\varepsilon_t^{I1} \sim N(0, \sigma_{I1}^2)$;

- шум наблюдений для уловов по возрастным группам $\varepsilon_{t,a}^N \sim N(0, \sum_c)$. Зависимость от возраста рыб диагональных элементов ковариационной матрицы для уловов по возрастам \sum_c предполагается кусочно-квадратичной (в виде двух ветвей парабол с разным наклоном и общим минимумом), корреляционная структура матрицы \sum_c — типа авторегрессии второго порядка (AR(2)):

$$\sum_c = \text{diag}[\sigma_c(2), \dots, \sigma_c(12)] \times \times R_c \times \text{diag}[\sigma_c(2), \dots, \sigma_c(12)], \quad (7)$$

$$\sigma_c(a) = \begin{cases} A(a - a_0)^2 + \sigma_{c0}, & a < a_0 \\ B(a - a_0)^2 + \sigma_{c0}, & a > a_0 \end{cases},$$

где R_c — матрица с элементами:

$$R_c^{i,j} = r_{|i-j|}, \quad \text{где } r_0 = 1, r_1 = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2}, r_k = r_{k-1}\phi_1 + r_{k-2}\phi_2,$$

$$\phi_2 = -1 + (2 - |\phi_1|)\bar{\rho}, \quad -2 \leq \phi_1 \leq 2, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{1 + \rho}, \quad \rho \geq 0.$$

Параметры $A, B, a_0, \sigma_{c0}, \rho, \phi_1, \sigma_{I1}^2, \sigma_{r1}^2, \sigma_{r2}^2, \sigma_R^2, \sigma_F^2, q_1$ и M оцениваются в модели по данным наблюдений из условия максимума апостериорной плотности распределения вероятности (Ильин, 2022).

Для коэффициента естественной смертности трески Петропавловско-Командорской подзоны выбрано априорное распределение $\ln M \sim N(0.36, 0.2^2)$, априорные распределения остальных оцениваемых параметров принимались неинформативными. Для неизвестных параметров шумов процесса $\sigma_{r1}^2, \sigma_{r2}^2$ нижняя граница допустимой области оценок была определена значением 0,001. Если при оптимизации целевой функции оценка какого-либо из параметров выходила на нижнюю границу, его исключали из оцениваемых параметров, а значение параметра принимали равным 0,001 при окончательном расчете.^F

Априорная оценка вектора состояния основывается на предыдущих оценках состояния запаса этого объекта:

$$\hat{X}_0 = E(X_0) = [\ln(\hat{N}_{0,2}), \dots, \ln(\hat{N}_{0,12}),$$

$$\ln(\hat{N}_{0,12}), \ln(\hat{F}_0), \ln(\hat{r}_{10}), \ln(\hat{r}_{20})];$$

$$N_{0,a} = 156 \exp(-0.51a), \quad a = 2, \dots, 12;$$

$$\hat{F}_0 = 0.4; \quad \hat{r}_{10} = 1.3; \quad \hat{r}_{20} = 5.$$

Априорную ковариационную матрицу ошибки оценивания задали в виде диагональной единичной матрицы:

$$R_0 = \text{diag} \left[\underbrace{1, \dots, 1}_{n_a=11}, 1, 1, 1 \right].$$

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Необходимо отметить, что оценка запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны несколько осложняется отсутствием надежных данных учетных съемок о величине запаса.

Был проведен ряд численных экспериментов с моделью и шумом процесса для пополнения. На рисунке 4 представлены некоторые результаты по модели для пополнения (1) при $\sigma_R^2 = 0,0022$ (оптимальная оценка), а также при $\sigma_R^2 = 0,250$, $\sigma_R^2 = 1,000$. Кроме того, на рис. 4 представлены результаты по модели для пополнения, использованной нами ранее (Ильин и др., 2016):

$$\ln N_{t,1} = \ln N_{t-1,1} + a_t, \quad t = 1, \dots, n_y; \quad (1^*)$$

где a_t — оцениваемые параметры, характеризующие различие в величинах пополнения в смежные годы t и $t-1$, шум отсутствует. В этом случае величины численности пополнения оцениваются последовательно через параметры без каких-либо ограничений. При этом для запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны число параметров для моделирования динамики пополнения возрастает с 13 до 44 (на

$n_y - 2$ параметров). Такое увеличение числа оптимизируемых параметров существенно увеличивает время работы вычислительного алгоритма.

Из рис. 4 видно, что оценки состояния по модели (1) с увеличением шума процесса пополнения приближаются к оценкам состояния по модели без шума (1*). Вместе с тем максимум логарифма плотности апостериорной вероятности для модели (1) достигается при $\sigma_R^2 = 0,0022$, но он ниже, чем для модели (1*) (табл. 1). Для рассматриваемого запаса одношаговые прогнозы сигнала ("one step ahead predictions"), входящие в выражение для апостериорной плотности вероятности, по модели (1) при $\sigma_R^2 = 0,0022$ хуже описывают реальные наблю-

дения, чем одношаговые прогнозы сигнала по модели (1*).

Формально при большом шуме процесса для пополнения основной вклад в оценку состояния пополнения будут вносить наблюдения, а не предсказание по модели. Для этого шум процесса должен быть достаточно большой, так как ошибки наблюдения в уловах по возрастам, по которым оценивается величина пополнения, как правило, огромны. В этом случае оценки пополнения по моделям (1) и (1*) не будут сильно различаться. Учитывая, что полученные оценки состояния по модели (1) с $\sigma_R^2 = 1,000$ и модели без шума (1*) довольно близки, в настоящей работе при оценке запасов трески в ретроспективе мы формально использо-

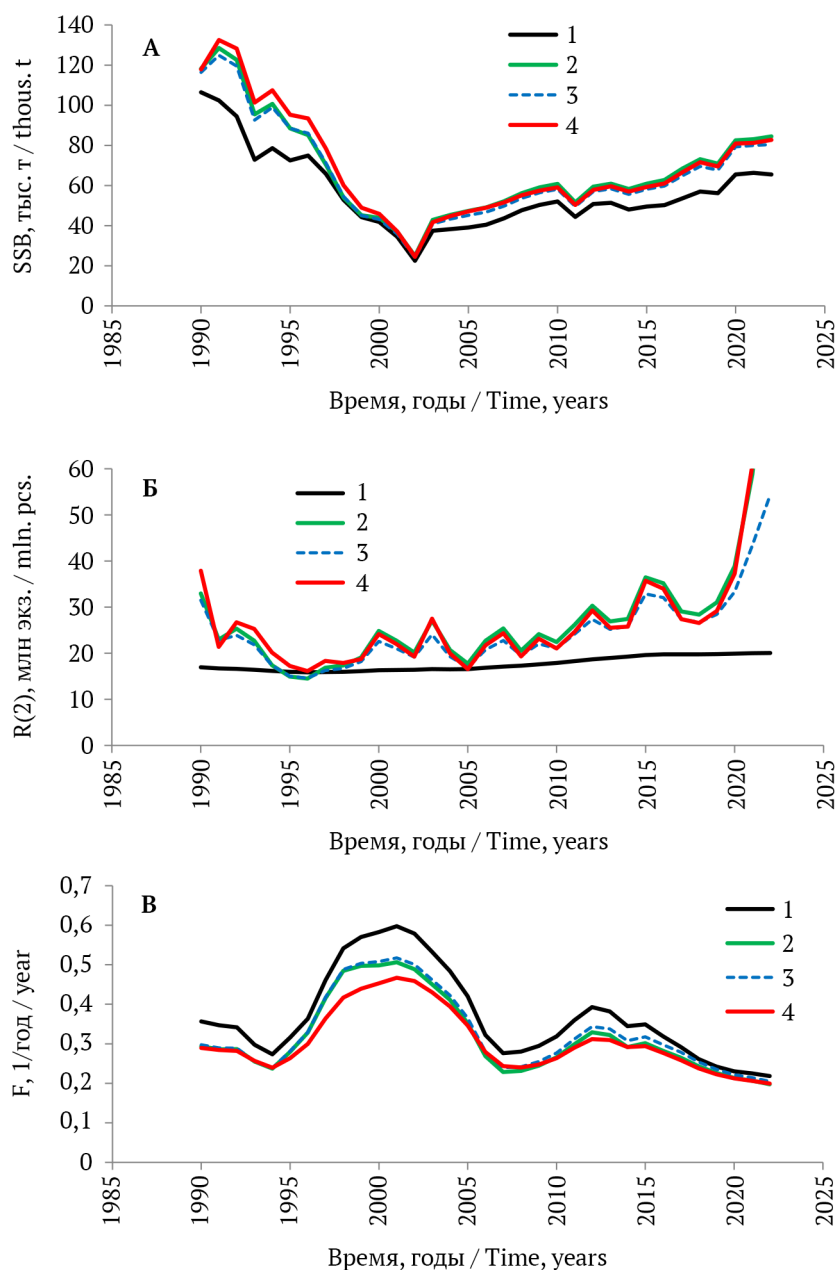


Рис. 4. Оценки биомассы нерестового запаса (А), численности пополнения (Б), коэффициента промысловой смертности (В) при $\sigma_R^2 = 0,0022$ (1), $\sigma_R^2 = 1,000$ (2), $\sigma_R^2 = 0,250$ (3) и по модели (1*) (4)
Fig. 4. Estimates of spawning stock biomass (A), recruitment (B) and fishing mortality rate (B) for $\sigma_R^2 = 0,0022$ (1), $\sigma_R^2 = 1,000$ (2), $\sigma_R^2 = 0,250$ (3) and according to model (1*) (4)

вали модель (1) с заданной большой интенсивностью шума. Полагаем, для целей практики значение $\sigma_R^2 = 1,000$ вполне подходит: так как $\exp(3 \cdot 1) \approx 20,09$, то по правилу трех сигм при заданной интенсивности шума с вероятностью 99,7% смежные поколения различаются не более чем в 20,1 раз.

Основные результаты моделирования представлены на рисунках 5–8 и табл. 2. Согласно модельным оценкам, с 2002 г. общий и нерес-

товый запасы трески Петропавловско-Командорской подзоны растут (рис. 5А, Б). За последнее десятилетие пресс промысла на запас существенно снизился (рис. 5Г). В последние 15–20 лет также заметен тренд на увеличение пополнения (рис. 5В), при этом необходимо отметить большой разброс и возможное завышение его оценок в последние годы. Величина промыслового запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны в терминальный 2022 г.

Таблица 1. Значения максимума целевой функции при различных вариантах модели для пополнения и дисперсиях шума процесса для пополнения (с точностью до постоянного слагаемого)
Table 1. Values of the objective function maximum for different variants of the recruitment model and variances of the recruitment process noise (up to a constant term)

Модель динамики пополнения Recruitment dynamics model	Шум процесса для пополнения σ_R^2 Recruitment process noise σ_R^2	Максимум логарифма плотности апостериорной вероятности Maximum of the logarithm of the aposterior probability density function
(1)	1	36,486
(1)	0,25	53,63
(1)	0,0022	70,78
(1*)	0	82,57

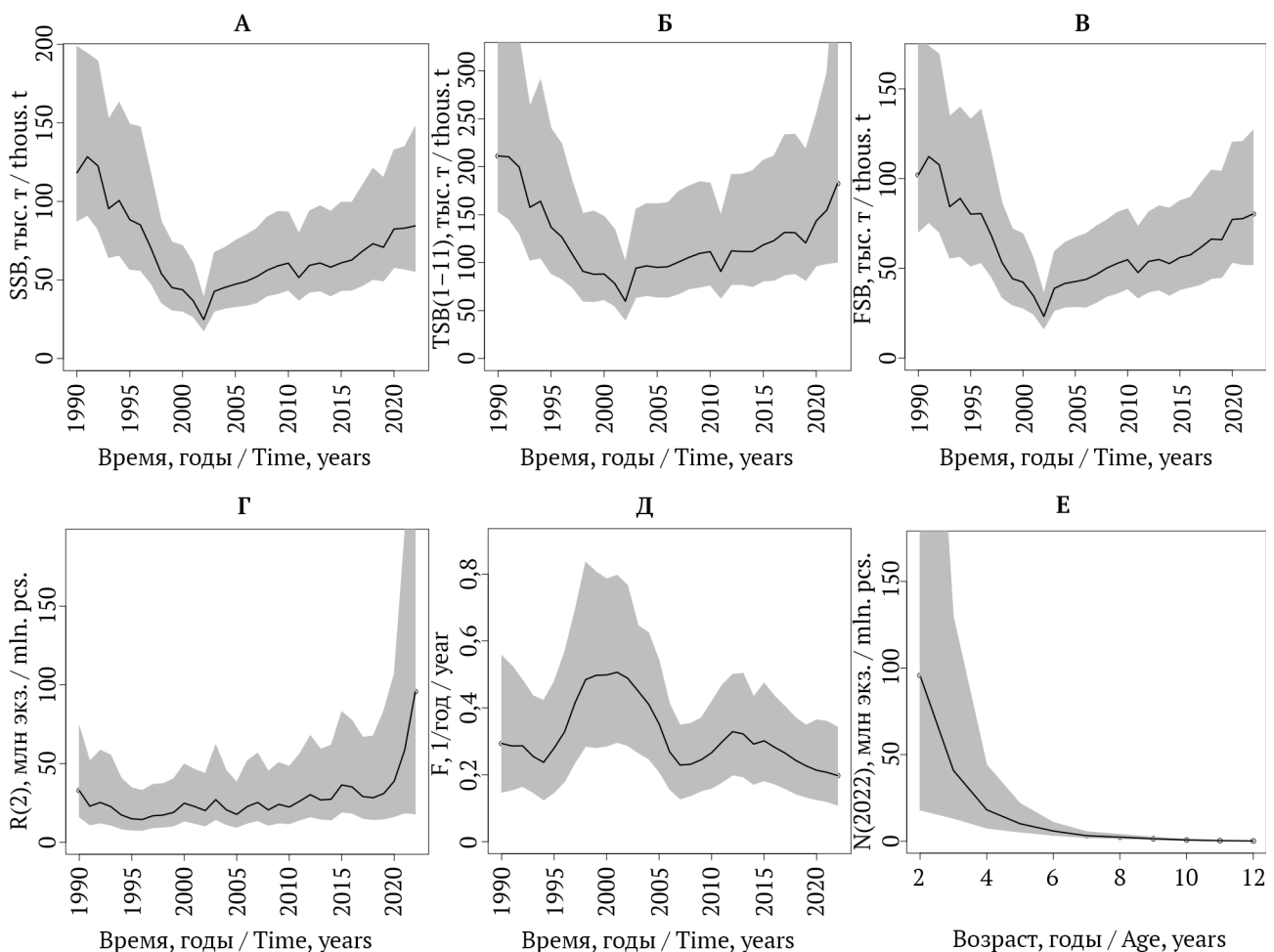


Рис. 5. Модельные оценки нерестовой биомассы (А), общей биомассы в возрасте 2–12 лет (Б) и промысловой биомассы (В), пополнения (Г), коэффициента промысловой смертности (Д), терминальной численности запаса по возрастам (Е). Серым цветом выделены 90%-е доверительные интервалы
Fig. 5. Model estimates of spawning biomass (A), total biomass at the age of 2–12 years (Б) and commercial biomass (B), recruitment (Г), coefficient of fishing mortality (Д), terminal stock abundance by age (E). 90% confidence intervals are marked in gray

оценивается в 80,3 тыс. т, нерестового запаса — в 84,5 тыс. т.

Изменение во времени параметров функции селективности иллюстрирует рис. 6. Устойчивый тренд на снижение параметра функции селективности r_1 (рис. 6А) говорит о неуклонном увеличении селективности в отношении младших возрастных групп трески во времени, второй параметр r_2 (возраст 50%-й селективно-

сти) изменялся незначительно. Динамика селективности представлена на рис. 7.

Кусочно-квадратичную зависимость от возраста диагональных элементов ковариационной матрицы для уловов по возрастам иллюстрирует рисунок 8. Наименьшая ошибка наблюдения приходится на возрастную группу 5 лет, наибольшая — в младшей возрастной группе. Оценки коэффициентов корреляции оши-

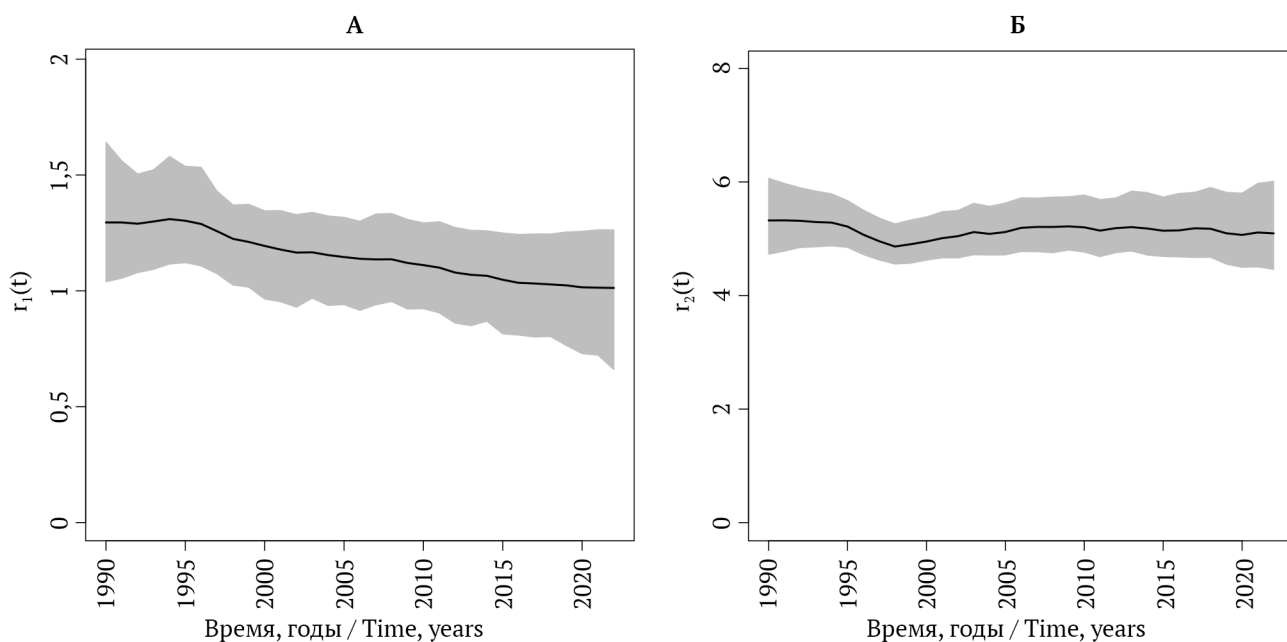


Рис. 6. Модельные оценки параметров логистической функции селективности. Серым цветом выделены 90%-е доверительные границы
Fig. 6. Model estimates of the selectivity logistic function parameters. The 90% confidence limits are marked in gray

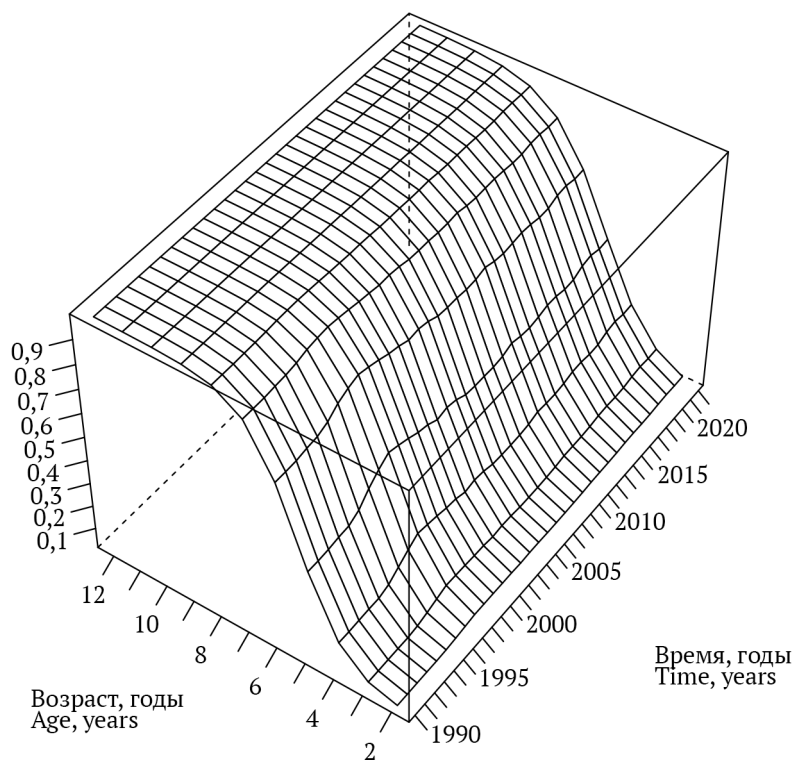


Рис. 7. Модельные оценки коэффициента селективности
Fig. 7. Model estimates of the selectivity coefficient

бок наблюдения в уловах по возрастам оказались положительными для всех значений лага по возрасту (разности в годах между возрастными группами).

Логарифмические отклонения между наблюдаемыми уловами по возрастным группам и их «наилучшим приближением» (т. е. погреш-

ность аппроксимации сглаживающего фильтра), полученным с помощью сглаживающего фильтра, представлены на рис. 9. Наибольшая погрешность аппроксимации — в младших и старших возрастах. Межгодовая динамика наблюдаемых и модельных значений индекса I_t^1 в сравнении представлена на рис. 10.

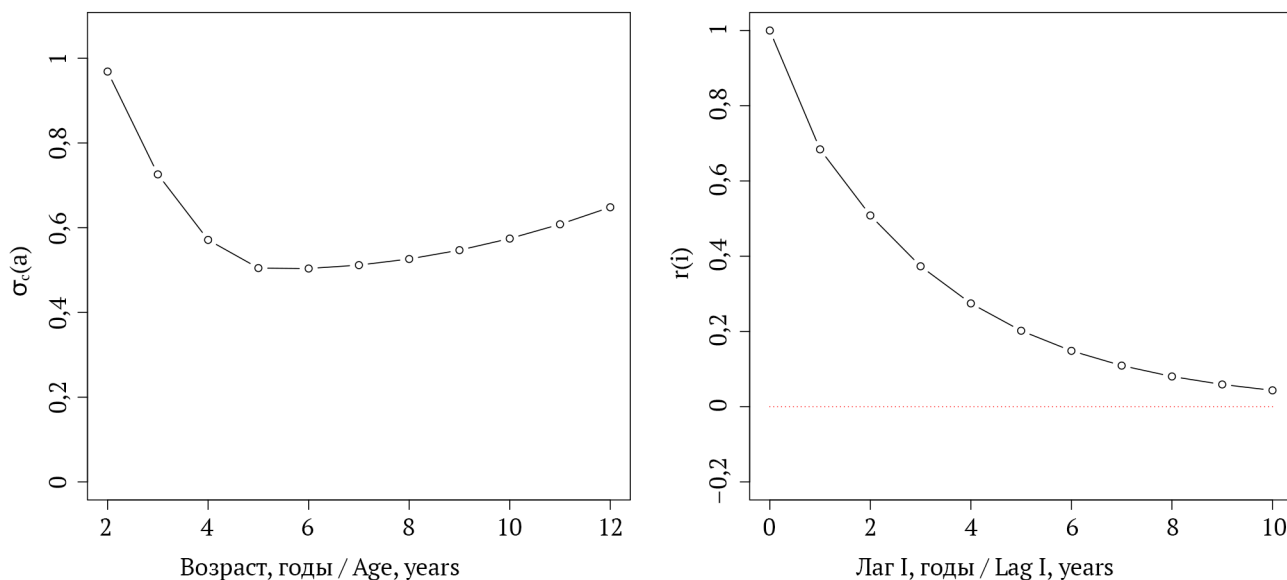


Рис. 8. Изменение стандартного отклонения ошибки наблюдения в уловах в зависимости от возраста рыб (слева) и зависимость элементов корреляционной матрицы ошибки наблюдения в уловах от разности возрастов (справа)
Fig. 8. The changes in the observation error standard deviation in catches depending on the age of fish (left) and the dependence of the elements of the observation error correlation matrix in catches on the age difference (right)

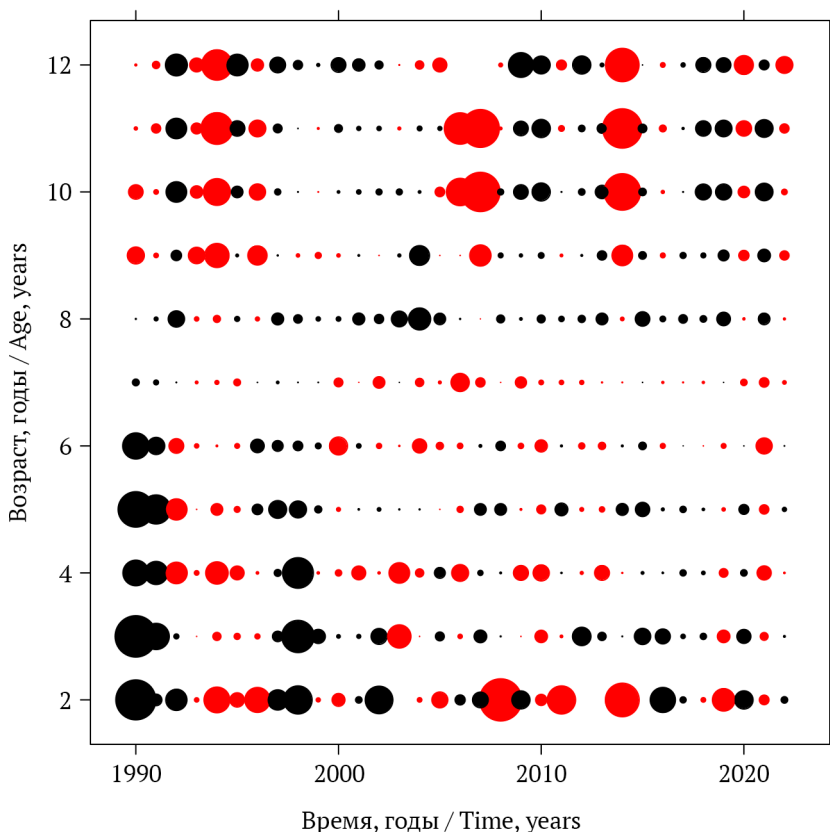


Рис. 9. Логарифмические отклонения между наблюдаемыми и полученными с помощью модели в пространстве состояний со сглаживающим фильтром значениями уловов по возрастам
Fig. 9. Logarithmic residuals between observed and model-derived catches by age

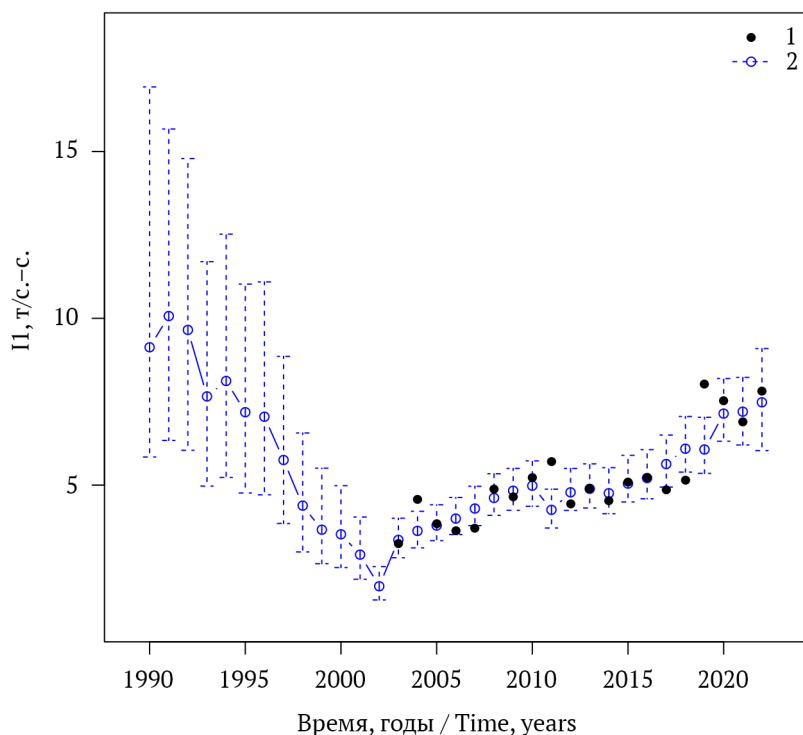


Рис. 10. Наблюдаемые значения индекса запаса (1) и их модельные аналоги с 95%-ми доверительными границами (2)

Fig. 10. The stock index observed values (1) and their model analogues with the 95% confidence limits (2)

Таблица 2. Оценки параметров модели и их коэффициенты вариации (CV)
Table 2. Model parameter estimates and their coefficients of variation (CV)

Параметр Parameter	Оценка Estimate	CV	Параметр Parameter	Оценка Estimate	CV
q_1	0,120	0,249	A	0,044	0,647
σ_F^2	0,043	0,635	B	0,003	0,817
σ_{r1}^2	0,002	1,426	σ_{I1}^2	0,020	0,454
σ_{r2}^2	0,0010	—	φ_1	0,632	0,070
σ_R^2	1,0000	—	ρ	3,685	0,246
a_0	5,255	0,174	M	0,354	0,144
σ_0	0,502	0,121			

Поскольку в выражении целевой функции предполагается нормальное распределение отклонений логарифмов наблюдений от их одношаговых прогнозов по модели, необходимо проверить эти предположения. Проверка гипотез о нормальности распределения и равенстве нулю математических ожиданий отклонений осуществлялась с помощью тестов Шапиро-Уилка и Стьюдента. Для промысловых уловов и индекса промыслового запаса I_t^1 на уровне значимости $p < 0,05$ нет оснований отвергнуть эти гипотезы.

Расчетные оценки параметров модели и их коэффициенты вариации представлены в табл. 2. Модельная оценка мгновенного коэффициента естественной смертности трески Петропавловско-Командорской подзоны составила 0,354 в год при коэффициенте вариации 0,144.

Была проведена проверка модели на наличие ретроспективной смещенности. Результаты ретроспективного анализа представлены на

рисунке 11. Значение показателя Мона ρ (Mohn, 1999) для ретроспективных оценок пополнения составило 10,1%, для ретроспективных оценок нерестовой биомассы — 0,9%. Нижним пороговым значением показателя Мона ρ для долгоживущих видов предложено значение –15%, верхним — +20% (Hurtado-Ferro et al., 2015). Исходя из этого, можно говорить об отсутствии значимой ретроспективной смещенности в модельных оценках пополнения и нерестовой биомассы трески Петропавловско-Командорской подзоны.

Качественно представленные ретроспективные оценки запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны сопоставимы с оценками по модели «Синтез» (Ильин и др., 2014), представленными в материалах обоснований ОДУ этого вида (рис. 12). Количественные различия в оценках связаны в основном с существенной разницей в коэффициентах естественной смертности и настройках используемых моделей. Так, в модели «Синтез» были

использованы значения МКЕС по возрастам, рассчитанные «косвенными» методами. Кроме того, заранее экспертно были заданы весовые коэффициенты для всех используемых данных наблюдений. В когортной модели в пространстве состояний со сглаженным сигма-точечным фильтром Калмана, напротив, все указанные параметры оцениваются из условия максимума апостериорной плотности вероятности, ковариационная матрица ошибок в уловах по возрастам имеет более сложную структуру (см. формулу 7). Все это в конечном счете приводит к большему разбросу оценок последней (рис. 11). Оцененное значение МКЕС (табл. 2) оказалось ниже значений МКЕС для наиболее представленных в уловах возрастов (4–6 лет), рассчитанных «косвенными» методами, на 1,1%. Для других возрастных групп эта разница выше.

В целом оценки запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны по когортной модели в пространстве состояний оказались ниже оценок по модели «Синтез». При этом их 90%-е доверительные интервалы в значительной мере перекрываются. В терминальный год нерестовый запас трески по когортной модели в пространстве состояний оценивается выше, а тенденция к его росту сохраняется.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы применили когортную модель в пространстве состояний со сглаживающим сигма-точечным фильтром Калмана для оценки запасов и популяционных параметров тихоокеанской трески в Петропавловско-Командорской подзоне. Был проведен ряд численных экспериментов с различными вариантами настройки модели.

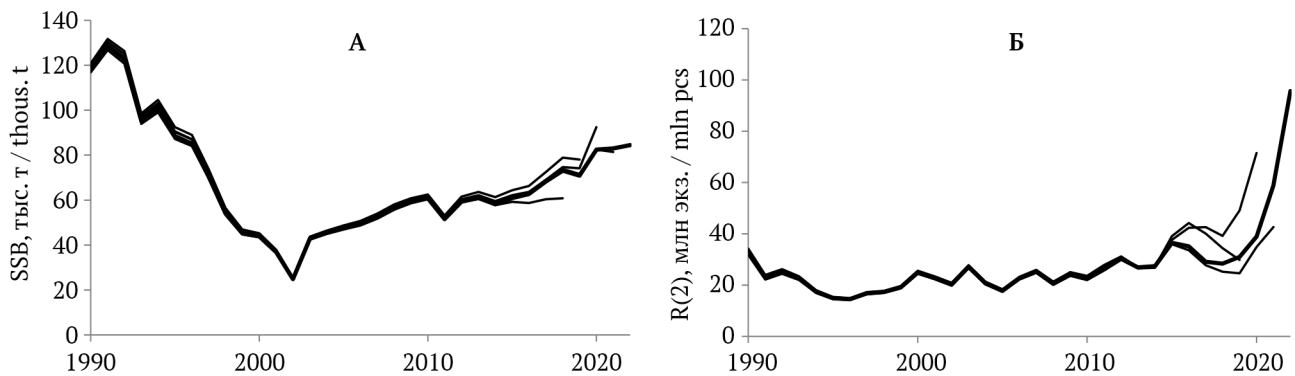


Рис. 11. Результаты ретроспективного анализа для оценок нерестовой биомассы (А) и пополнения (Б)
Fig. 11. Results of retrospective analysis for the estimates of spawning biomass (A) and recruitment (B)

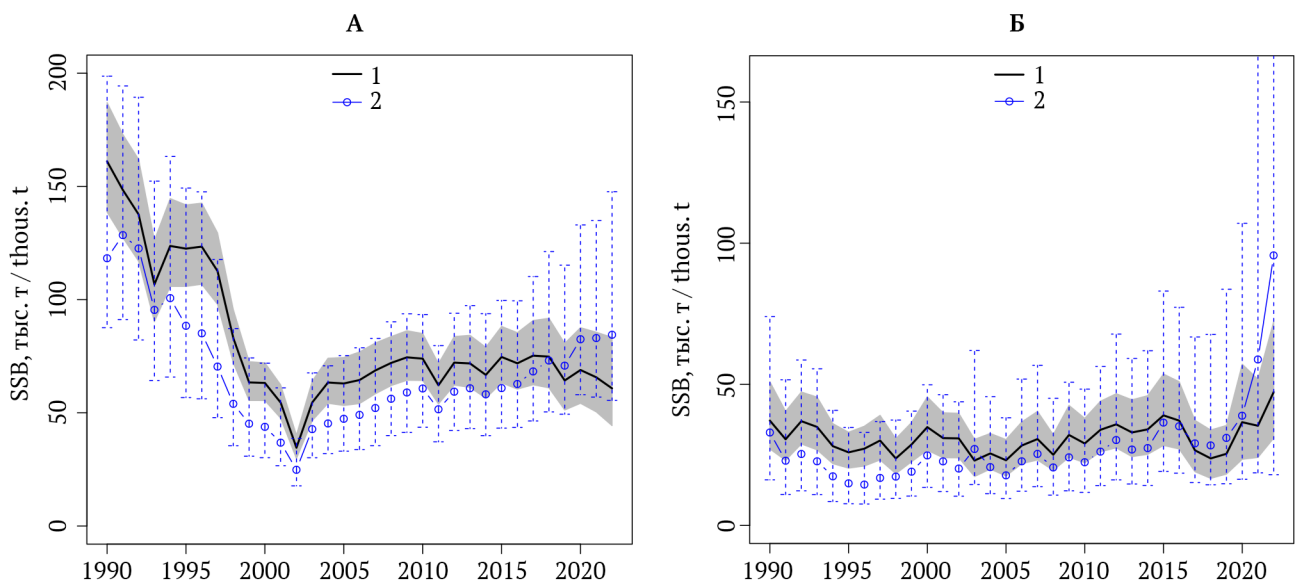


Рис. 12. Оценки нерестовой биомассы (А) и пополнения (Б) трески Петропавловско-Командорской подзоны по модели «Синтез» (1) и модели в пространстве состояний со сглаживающим сигма-точечным фильтром Калмана (2)
Fig. 12. Estimates of spawning biomass (A) and recruitment (Б) of Pacific cod in the Petropavlovsk-Komandorskaya subzone using the “Synthesis” model (1) and the state-space model with smoothing unscented Kalman filter (2)

Полученные ретроспективные оценки запасов трески качественно схожи с оценками по модели «Синтез», представленными в материалах обоснований ОДУ этого вида. Качественные различия в оценках обусловлены разницей в значениях коэффициентов естественной смертности и настройках используемых когортных моделей. Полученные 90%-е доверительные интервалы оценок запасов трески по когортной модели в пространстве состояний в значительной мере покрывают 90%-е доверительные границы оценок по модели «Синтез».

Оцененные нами значения МКЕС оказались ниже средних значений МКЕС (для наиболее представленных в уловах возрастных классов), приводимых в материалах обоснований ОДУ этого вида и рассчитанных «косвенными» методами. Различие в оценках составило 1,1%.

Величина промыслового запаса трески Петропавловско-Командорской подзоны в терминальный 2022 г. оценивается нами в 80,3 тыс. т, нерестового запаса — в 84,5 тыс. т. Этот уровень можно охарактеризовать как высокий. Тренд на увеличение запасов трески Петропавловско-Командорской подзоны сохраняется.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Антонов Н.П. 2014. Треска *Gadus macrocephalus* прикамчатских вод / Тихоокеанская треска дальневосточных вод России (под ред. А.М. Орлова). М.: ВНИРО. С. 151–158.
- Ильин О.И. 2022. О применении фильтров Калмана в когортных моделях // Изв. ТИНРО. Т. 202, № 3. С. 601–622. EDN: FWGTMH. doi:10.26428/1606-9919-2022-202-601-622
- Ильин О.И., Варкентин А.И., Смирнов А.В. 2016. Об одном модельном подходе к оценке состояния запасов минтая *Theragra chalcogramma* в северной части Охотского моря // Изв. ТИНРО. Т. 186. С. 107–117. EDN: WRJDJJ.
- Ильин О.И., Сергеева Н.П., Варкентин А.И. 2014. Оценка запасов и прогнозирование ОДУ восточнокамчатского минтая (*Theragra chalcogramma*) на основе предосторожного подхода // Сб. науч. тр. ВНИРО. Т. 151. С. 62–74. EDN: TFVZUT.
- Положение по функционированию отраслевой иерархической информационно-аналитической автоматизированной системы управления использованием водных биоресурсов. Прилож. к приказу Госкомрыболовства России от 10.10.1996 № 185. М. 78 с.
- Ситуация на российском рынке рыбы. Проблемы и драйверы роста. 2024 // Российский продовольственный рынок. № 1. URL: <https://foodmarket.spb.ru/archive/2024/222980/222991>
- Терентьев Д.А., Василец П.М., Матвеев А.А. 2019. Структура уловов на различных видах промысла в 2003–2017 гг. и организация многовидового рыболовства на примере Петропавловско-Командорской подзоны // Исслед. водн. биол. ресурсов Камчатки и сев.-зап. части Тихого океана. Вып. 53. С. 5–23. EDN: IEPMDQ. doi:10.15853/2072-8212.2019.53.5-21
- Терентьев Д.А., Винников А.В., Золотов А.О., Сергеева Н.П. 2010. Промысел и многолетняя динамика запасов тихоокеанской трески *Gadus macrocephalus* в прикамчатских водах // Исслед. водн. биол. ресурсов Камчатки и сев.-зап. части Тихого океана. Вып. 16. С. 107–116. EDN: MWFACX.
- Топ-6 видов экспортной рыбопродукции из России по итогам января–июля 2023 года. 2023. 2 августа. URL: <https://www.fishnet.ru/news/rynok/top-6-vidov-eksportnoy-ryboprodukcii-iz-rossii-po-itogam-yanvarya-iyulya-2023-goda>.
- Berg C.W., Nielsen A. 2016. Accounting for correlated observations in an age-based state-space stock assessment model // ICES J. of Marine Science. Vol. 73 (7). P. 1788–1797. doi:10.1093/icesjms/fsw046
- Berg C.W., Nielsen A., Kristensen K. 2014. Evaluation of alternative age-based method for estimating relative abundance from survey data in relation to assessment models // Fisheries Research. Vol. 151. P. 91–99. URL: <https://doi.org/10.1016/j.fishres.2013.10.005>
- Cadigan N.G. 2015. A state-space stock assessment model for northern cod, including under-reported catches and variable natural mortality rates // Canadian J. of Fisheries and Aquatic Sciences. Vol. 73. P. 296–308.
- Gudmundsson G. 1994. Time series analysis of catch-at-age observations // J. of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics). Vol. 43. P. 117–126. doi:10.2307/2986116
- Gudmundsson G., Gunnlaugsson T. 2012. Selection and estimation of sequential catch-at-age models // Canadian J. of Fisheries and Aquatic Sciences. Vol. 69. P. 1760. doi:10.1139/f2012-095
- Hurtado-Ferro F., Szuwalski C.S., Valero J.L., Anderson S.C., Cunningham C.J., Johnson K.F., Licandeo R., McGilliard C.R., Monnahan C.C., Muradian M.L., Ono K., Vert-Pre K.A., Whitten A.R., Punt A.E. 2015. Looking in the rear-view mirror: bias and retrospective patterns in integrated, age-structured stock assessment models // ICES J. of Marine Science, 72: 99–110. doi:10.1093/icesjms/fsu198

Julier S.J., Uhlmann J.K., Durrant-Whyte H. 1995. A new approach for filtering nonlinear systems / Proc. of the "American Control Conference". Seattle, WA. P. 1628–1632.

Mohn R. 1999. The retrospective problem in sequential population analysis: an investigation using cod fishery and simulated data // ICES J. of Marine Science, 56: 473–488. doi:10.1006/jmsc.1999.0481

Nielsen A., Berg C.W. 2014. Estimation of time-varying selectivity in stock assessments using state-space models // Fisheries Research. Vol. 158. P. 96–101. doi:10.1016/j.fishres.2014.01.014

Nielsen A., Hintzen, N.T., Mosegaard H., Trijoulet V., Berg C.W. 2021. Multi-fleet state-space assessment model strengthens confidence in single-fleet SAM and provides fleet-specific forecast options // ICES J. of Marine Science, 78(6). P. 2043–2052. EDN: HCTVNO. doi:10.1093/icesjms/fsab078

Särkkä S., Hartikainen J. 2010. On Gaussian optimal smoothing of nonlinear state space models // IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 55 (8). P. 1938–1941. doi:10.1109/TAC.2010.2050017

REFERENCES

Antonov N.P. Cod *Gadus macrocephalus* of Kamchatka waters. *Pacific cod of the Far Eastern waters of Russia* (Ed. Orlov A.M.). Moscow: VNIRO, 2014, pp. 151–158. (In Russ.)

Ilin O.I. On application of Kalman filters in cohort models. *Izvestiya TINRO*, 2022, vol. 202 (3), pp. 601–622. (In Russ.) EDN: FWGTMH. <https://doi.org/10.26428/1606-9919-2022-202-601-622>

Ilyin O.I., Varkentin A.I., Smirnov A.V. On one model approach to assessment of state for the stock of walleye pollock *Theragra chalcogramma* in the Northern Okhotsk Sea. *Izvestiya TINRO*, 2016, vol. 186, pp. 107–117. (In Russ.) EDN: WRJDJJ.

Ilyin O.I., Sergeeva N.P., Varkentin A.I. East-Kamchatka walleye pollock (*Theragra chalcogramma*) stock and TAC assessment based on the precautionary approach. *Trudy VNIRO*, 2014, vol. 151 pp. 62–74. (In Russ.) EDN: TFVZUT.

Regulations on the functioning of the industry hierarchical information and analytical automated management system for the use of aquatic biore-sources. *Appendix to the order of the State Fisheries Committee of Russia* dated 10.10.1996 No. 185. M. 78 p.

Russian food market (No. 1/2024). Situation on the Russian fish market. Problems and growth drivers. <https://foodmarket.spb.ru/archive/2024/222980/222991>.

Terentyev D.A., Vasilets P.M., Matveev A.A. The catch structure based setting the multispecies fish-

ery in different types of fishing in the Petropavlovsk-Commander subzone in 2003–2017. *The researches of the aquatic biological resources of Kamchatka and the north-west part of the Pacific Ocean*, 2019, vol. 53, pp. 5–21. (In Russ.) EDN: IEPMDQ. doi:10.15853/2072-8212.2019.53.5-21

Terentiev D.A., Vinnikov V.A., Zolotov A.O., Sergeeva N.P. Fishery and longterm dynamic stock of Pacific Cod *Gadus macrocephalus* in waters of Kamchatka. *The researches of the aquatic biological resources of Kamchatka and the north-west part of the Pacific Ocean*, 2010, vol. 16, pp. 107–116. (In Russ.). EDN: MWFACX.

Top 6 types of exported fish products from Russia based on the results of January-July 2023. <https://www.fishnet.ru/news/rynok/top-6-vidov-eksportnoy-ryboprodukcii-iz-rossii-po-itogam-yanvaryayulya-2023-goda>.

Berg C.W., Nielsen A. Accounting for correlated observations in an age-based state-space stock assessment model. *ICES J. of Marine Science*, 2016, vol. 73 (7), pp. 1788–1797. doi:10.1093/icesjms/fsw046

Berg C.W., Nielsen A., Kristensen K. Evaluation of alternative age-based method for estimating relative abundance from survey data in relation to assessment models. *Fisheries Research*, 2014, vol. 151, pp. 91–99. URL: <https://doi.org/10.1016/j.fishres.2013.10.005>

Cadigan N.G. A state-space stock assessment model for northern cod, including under-reported catches and variable natural mortality rates. *Canadian J. of Fisheries and Aquatic Sciences*, 2015, vol. 73, pp. 296–308.

Gudmundsson G. Time series analysis of catch-at-age observations. *J. of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 1994, vol. 43, pp. 117–126. doi:10.2307/2986116

Gudmundsson G., Gunnlaugsson T. Selection and estimation of sequential catch-at-age models. *Canadian J. of Fisheries and Aquatic Sciences*, 2012, vol. 69, pp. 1760. doi:10.1139/f2012-095

Hurtado-Ferro F., Szuwalski C.S., Valero J.L., Anderson S.C., Cunningham C.J., Johnson K.F., Licandeo R., McGilliard C.R., Monnahan C.C., Muradian M.L., Ono K., Vert-Pre K.A., Whitten A.R., Punt A.E. Looking in the rear-view mirror: bias and retrospective patterns in integrated, age-structured stock assessment models. *ICES J. of Marine Science*, 2015, vol. 72, pp. 99–110. doi:10.1093/icesjms/fsu198

Julier S.J., Uhlmann J.K., Durrant-Whyte H. A new approach for filtering nonlinear systems. *Proc. of the "American Control Conference"*. Seattle, WA. 1995, pp. 1628–1632.

Mohn R. The retrospective problem in sequential population analysis: an investigation using cod fishery and simulated data. *ICES J. of Marine Science*, 1999, vol. 56, pp. 473–488. doi:10.1006/jmsc.1999.0481

Nielsen A., Berg C.W. Estimation of time-varying selectivity in stock assessments using state-space models. *Fisheries Research*, 2014, vol. 158, pp. 96–101. doi:10.1016/j.fishres.2014.01.014

Nielsen A., Hintzen, N.T., Mosegaard H., Trijoulet V., Berg C.W. Multi-fleet state-space assessment model strengthens confidence in single-fleet SAM and provides fleet-specific forecast options. *ICES J. of Marine Science*, 2021, vol. 78(6), pp. 2043–2052. EDN: HCTVNO. doi:10.1093/icesjms/fsab078

Särkkä S., Hartikainen J. 2010. On Gaussian optimal smoothing of nonlinear state space models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, vol. 55 (8), pp. 1938–1941. doi:10.1109/TAC.2010.2050017

СОБЛЮДЕНИЕ ЭТИЧЕСКИХ СТАНДАРТОВ / COMPLIANCE WITH ETHICAL STANDARDS

Авторы заявляют, что данный обзор не содержит собственных экспериментальных данных, полученных с использованием животных или с участием людей. Библиографические ссылки на все использованные в обзоре данные оформлены в соответствии с ГОСТом. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

The authors declare that this review does not contain their own experimental data obtained using animals or involving humans. Bibliographic references to all data used in the review are formatted in accordance with GOST (the Russian State Standard). The authors declare that they have no conflict of interest.

ИНФОРМАЦИЯ О ВКЛАДЕ АВТОРОВ / AUTHORS' CONTRIBUTION

Концепция статьи, подготовка иллюстраций — Д.А. Терентьев; обработка первичных данных, математическое моделирование и расчеты, подготовка иллюстраций —

О.И. Ильин; написание текста статьи, обсуждение результатов и формулировка выводов выполнены авторами совместно.

Concept of the article and illustration process by Dmitry A. Terentyev; processing of primary data, mathematical modeling and calculations, creation of the illustrations by Oleg I. Ilin; writing the text of the article, discussion of the results and formulation of conclusions were done by the authors together.

Информация об авторах

Д.А. Терентьев — канд. биол. наук, вед. науч. сотрудник, Камчатский филиал ВНИРО (КамчатНИРО).

О.И. Ильин — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник, Камчатский филиал ВНИРО (КамчатНИРО).

Information about the authors

Dmitry A. Terentyev – Ph. D. (Biology), Leading Researcher (KamchatNIRO).

Oleg I. Ilin – Ph. D. in Physics and Mathematics, Leading Researcher (KamchatNIRO).

Статья поступила в редакцию / Received:
12.12.2024

Одобрена после рецензирования / Revised:
13.12.2024

Статья принята к публикации / Accepted:
16.12.2024